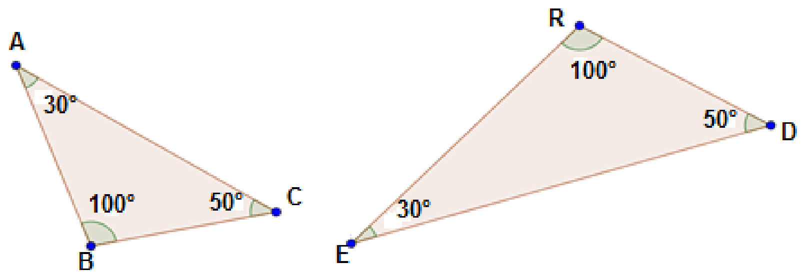
Nom : **Devoir de mathématique / Correction**

Triangles semblables/ théorème de Thalès

Ex1 *:

Les triangles ABC et EDR sont semblables



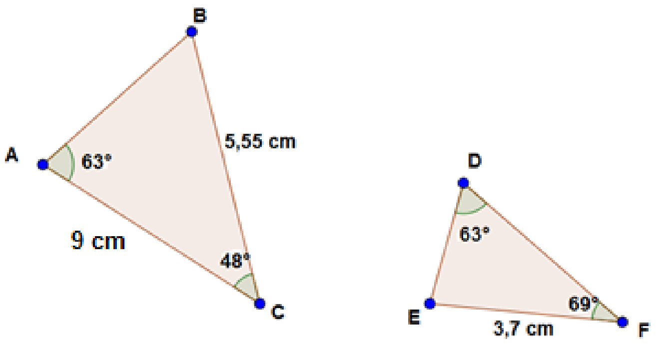
Compléter le tableau suivant :

Sommets homologues	Côtés homologues	Angles homologues

Compléter ces égalités : $\frac{AB}{.....} = \frac{AC}{.....} = \frac{.....}{RD}$

Ex2 *:

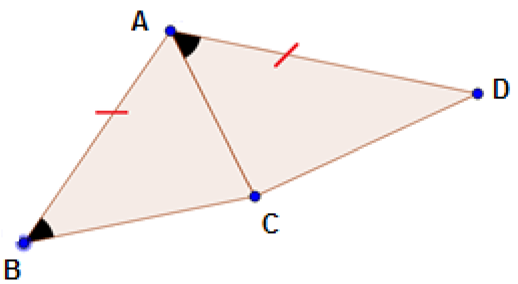
Justifier que ces deux triangles sont semblables, puis donner le rapport d'agrandissement ou de réduction qui permet de passer du triangle ABC au triangle EDF



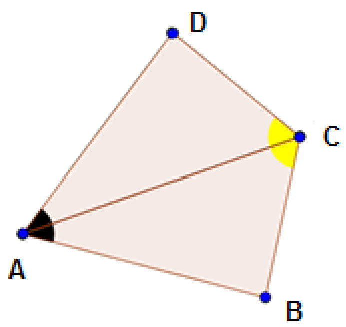
Ex 3*:

En utilisant les informations codées sur les constructions ci-dessous, les triangles ABC et ADC sont-ils égaux ? Justifier.

1)



2)



Ex 4*:

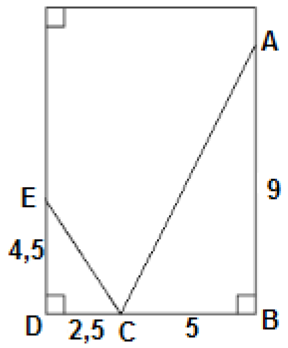
Dans un collège de 588 élèves, 126 élèves affirment manger au moins cinq fruits et légumes par jour.

Donner la fraction irréductible représentant la fraction de ces élèves.

(Résolution de l'exercice avec la décomposition des nombres en produit de facteurs premiers, toutes les étapes de calculs doivent apparaitre).

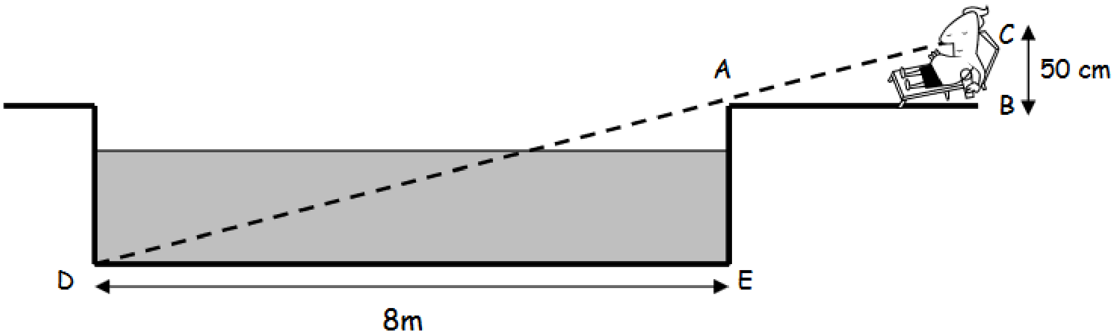
<u>Ex 5**:</u>

Charles joue au billard avec son ami.
Le trajet parcouru par la bille forme, selon lui, deux triangles semblables ABC et EDC. A-t-il raison ? Justifier



<u>Ex6 **:</u>

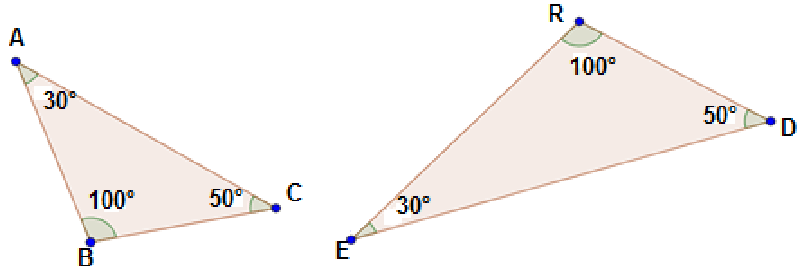
Couché sur un transat de 50 cm de haut à 1 m du bord de la piscine, le vacancier peut voir le fond. Quelle est la profondeur de la piscine si sa longueur vaut 8 m ?



Correction

Ex1 *:

Les triangles ABC et EDR sont semblables



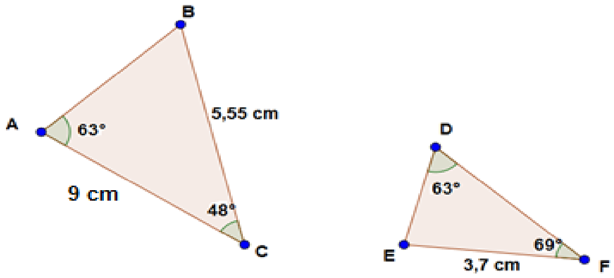
Compléter le tableau suivant :

Sommets homologues	Côtés homologues	Angles homologues
A et E	[BC] et [RD]	$\widehat{BAC}$ et $\widehat{RED}$
B et R	[AC] et [ED]	$\widehat{ABC}$ et $\widehat{ERD}$
C et D	[AB] et [RE]	$\widehat{ACB}$ et $\widehat{RDE}$

Compléter ces égalités : $\frac{AB}{RE} = \frac{AC}{ED} = \frac{BC}{RD}$

Ex2 *:

Justifier que ces deux triangles sont semblables, puis donner le rapport d'agrandissement ou de réduction qui permet de passer du triangle ABC au triangle EDF



Solution :

Dans le triangle ABC on a : $\widehat{BAC}$ = 63° et $\widehat{ACB}$ = 48°

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°

Donc $\widehat{ABC}$ = 180-(63+48)=69°

Dans les triangles ABC et EDF on a : $\widehat{BAC}$=$\widehat{EDF}$ =63° ; $\widehat{ABC}$ =$\widehat{DFE}$ =69° et $\widehat{ACB}$ =$\widehat{DEF}$ =48°

Or si deux triangles ont leurs angles 2 à 2 de même mesure alors ils sont semblables

Donc ABC et EDF sont semblables

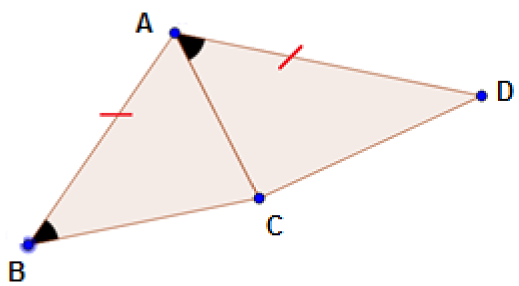
Or si deux triangles sont semblables alors les longueurs de leurs côtés homologues sont proportionnelles et le coefficient de proportionnalité est le coefficient d'agrandissement ou de réduction

Donc : $\frac{EF}{BC} = \frac{ED}{AC} = \frac{DF}{AB} = \frac{3,7}{5,55} = \frac{2}{3}$ qui est le rapport de réduction qui permet de passer du triangle ABC au triangle EDF.

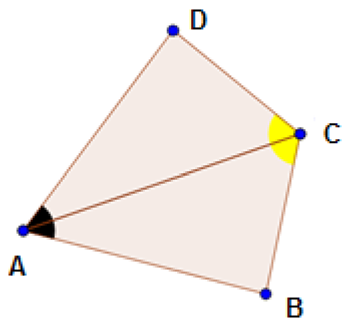
Ex 3*:

En utilisant les informations codées sur les constructions ci-dessous, les triangles ABC et ADC sont-ils égaux ? Justifier.

1)



2)



Solution :

1) Dans le triangle ABC on a : l'angle $\widehat{ABC}$ a pour côtés les segments [AB] et [BC]
Dans le triangle ACD on a : l'angle $\widehat{CAD}$ a pour côtés les segments [AD] et [AC]
Et $\widehat{ABC} = \widehat{CAD}$ **; AB=AC**

Or si deux triangles ont 2 à 2 un angle de même mesure compris entre **deux côtés** de même longueur alors ils sont égaux.
Donc les triangles ABC et ACD ne sont pas égaux

2) Dans le triangle ABC on a : l'angle $\widehat{CAB}$ a pour côtés les segments [AC] et [AB]
l'angle $\widehat{ACB}$ a pour côtés les segments [AC] et [BC]

Dans le triangle ACD on a : l'angle $\widehat{CAD}$ a pour côtés les segments [AC] et [AD]
l'angle $\widehat{ACD}$ a pour côtés les segments [AC] et [CD]

Et $\widehat{CAB} = \widehat{CAD}$ **; [AC] côté commun**
$\widehat{ACB} = \widehat{ACD}$; **[AC] côté commun**

Or si deux triangles ont 2 à 2 un côté de même longueur compris entre **deux angles** de même mesure alors ils sont égaux.
Donc les triangles ABC et ACD sont égaux

Ex 4*:
Dans un collège de 588 élèves, 126 élèves affirment manger au moins cinq fruits et légumes par jour.
Donner la fraction irréductible représentant la fraction de ces élèves.

(Résolution de l'exercice avec la décomposition des nombres en produit de facteurs premiers, toutes les étapes de calculs doivent apparaitre).

Solution :

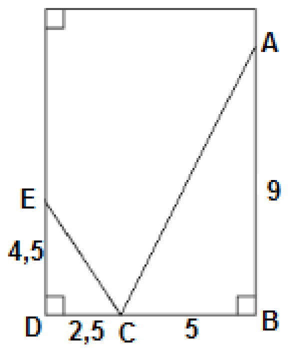
La proportion des élèves qui mangent au moins 5 fruits et légumes par jour est égale à $\frac{126}{588}$
Pour la simplifier on va décomposer les nombres 126 et 588 en produits de facteurs premiers :

126	**2**
63	**3**
21	**3**
7	**7**
1	

588	**2**
294	**2**
147	**3**
49	**7**
7	**7**
1	

$$\frac{126}{588} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 7} = \frac{3}{2 \times 7} = \frac{3}{14}$$

Ex 5**:
Charles joue au billard avec son ami.
Le trajet parcouru par la bille forme, selon lui, deux triangles semblables ABC et EDC. A-t-il raison ? Justifier



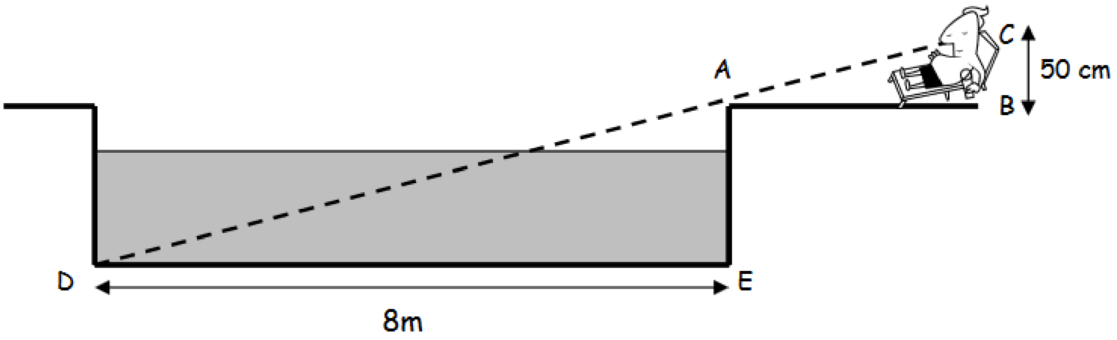
Solution :
Dans le triangle ABC rectangle en B on a : AB=9 ; BC=5
Or d'après le théorème de Pythagore on peut écrire :
$AC^2 = AB^2 + CB^2$
$AC = \sqrt{9^2 + 5^2} = \sqrt{81 + 25} = \sqrt{106} \approx 10{,}3$ *arrondi au dixième*
Dans le triangle DEC rectangle en D on a : DE=4,5 ; DC=2,5
Or d'après le théorème de Pythagore on peut écrire :
$EC^2 = ED^2 + DC^2$
$EC = \sqrt{4{,}5^2 + 2{,}5^2} = \sqrt{20{,}25 + 6{,}25} = \sqrt{26{,}5} \approx 5{,}1$ *arrondi au dixième*
Dans les triangles ABC et DEC on remarque que le rapport des côtés: $\frac{AB}{ED} = \frac{9}{4{,}5} = 2$ $\frac{BC}{DC} = \frac{5}{2{,}5} = 2$

$\frac{AC}{EC} = \frac{\sqrt{106}}{\sqrt{26,5}} = 2$

Or si deux triangles ont leurs côtés proportionnels deux à deux alors ils sont semblables.
Donc les triangles ABC et DEC sont semblables. Charles a raison !

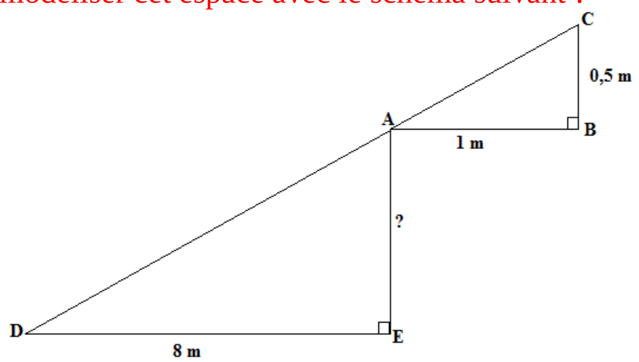
Ex6 **:

Couché sur un transat de 50 cm de haut à 1 m du bord de la piscine, le vacancier peut voir le fond. Quelle est la profondeur de la piscine si sa longueur vaut 8 m ?



Solution :

On considère que (CB)⊥ au sol ainsi que (AE) donc on va modéliser cet espace avec le schéma suivant :



Pour calculer la profondeur AE, on doit démontrer que les triangles ABC et ADE sont semblables.
Les deux triangles ont déjà une première paire d'angles égaux $\widehat{CBA} = \widehat{AED}$
Cherchons donc une deuxième. Prouvons que $\widehat{CAB} = \widehat{ADE}$

On sait que [CB] ⊥[AB]
[AE] ⊥[AB]

$\left\{ \text{Or si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles} \right.$

Donc [CB] // [AE] ; en même temps ces deux droites sont coupées par la même sécante (AD)
Or si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors elles déterminent des angles correspondants de même mesure.
Donc $\widehat{CAB} = \widehat{ADE}$
Or si deux triangles ont deux paires d'angles égaux alors ils sont semblables.
Donc les triangles ABC et ADE sont semblables.
Or si deux triangles sont semblables alors les longueurs les côtés homologues sont proportionnelles.
Donc on a : $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{BC} = \frac{DE}{AB}$ et donc $\frac{8}{1} = \frac{AE}{0,5}$

AE = (8×0,5)/1 = 4
La profondeur de la piscine est égale à : AE = 4 m